

14 Wczesne fazy ewolucji gwiazd

Ten rozdział poświęcony jest ewolucji gwiazd od osiągnięcia równowagi hydrostatycznej do wypalenia wodoru w centrum.

14.1 Ewolucja przed ciągiem głównym

W tym podrozdziale będziemy zajmowali się tylko proto-gwiazdami o małych masach, mniejszych od ok. $2M_{\odot}$, które po fazie hydrodynamicznego kolapsu bardzo niskie temperatury efektywne. W takich obiektach współczynnik nieprzezroczystości rośnie bardzo szybko w głąb atmosfery. Pojawia się niestabilność konwektywna, która obejmuje całe wnętrze.

zadanie: Przyjmując takie założenia jak w zadaniu podanym na końcu podrozdziału 11.2.1 (str. 94), proszę wyrazić warunek wystąpienia niestabilności konwektywnej w otoczce jako ograniczenie na wykładniki q i s .

Część ewolucji, w której wnętrze protogwiazdy jest w całości konwektywne nazywa się *fazą Hayashi'ego*. Można ją nieźle opisać posługując się uproszczonymi równaniami ewolucji. Założymy przybliżenie gazu doskonałego i zaniedbamy efekty częściowej jonizacji. Nie zmienia to istoty wyводу, a bardzo go upraszcza. Wtedy bowiem, poza cienką warstwą zewnętrzną, struktura dana jest modelem politropowym z $n = 1.5$. Zatem ze wzoru (56) mamy w przybliżeniu

$$R = \gamma M^{-1/3} K, \quad (377)$$

gdzie γ jest liczbą, której wyliczenie pozostawiam do samodzielnego wykonania, w oparciu o dane liczbowe zawarte w Tabeli 1 i w Dodatku. Tak więc zmiany wewnętrznej budowy w czasie tej fazy ewolucji dane są przez zmiany tylko jednego parametru n.p. K . Warstwa zewnętrzna obejmuje atmosferę i obszar niewydajnej konwekcji, gdzie przybliżenie

$$\nabla_{\text{con}} \approx \nabla_{\text{ad}} \approx 0.4 \quad (378)$$

nie stosuje się. Parametr K wiąże się z wielkościami termodynamicznymi. Z równania stanu (18) i z zależności politropowej (47) dla $n = 1.5$ dostajemy.

$$K = p\rho^{-5/3} = \left(\frac{kT}{\mu m}\right)\rho^{-2/3}. \quad (379)$$

Mając dane M i \mathbf{X} , możemy wyliczyć K jako funkcję R , i T_{eff} posługując się całkowaniem równań wewnętrznej budowy od powierzchni do miejsca, gdzie zależność politropową można już stosować. W tej cienkiej otoczce można położyć $L_r = L$, $M = M_r$ i traktować ją jako warstwę płasko-równoległą. W ten sposób znajdujemy numerycznie zależność

$$K = K(g_{\text{eff}} = GM/R^2, T_{\text{eff}}, \mathbf{X}). \quad (380)$$

Strumień promieniowania wyliczamy ze związku

$$\log \frac{L}{L_{\odot}} = 2 \log \frac{R}{R_{\odot}} + 4 \log \frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff},\odot}}. \quad (381)$$

Dla danych M , X i przyjętej początkowej wartości $\log T_{\text{eff}} = \log T_{\text{eff},0}$, możemy więc wyznaczyć pełną strukturę wewnętrzną modelu początkowego.

Jeżeli produkcja energii w reakcjach jądrowych jest zaniedbywalna, to ewolucję opisanej konfiguracji rządzi znane nam równanie (rozdz. 11.1.2)

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d\mathcal{W}}{dt} = -L.$$

Jego lewą stronę wyliczymy różniczkując wzór (57) dla $n = 1.5$. Dostajemy w ten sposób

$$\frac{d \ln R}{dt} = -\frac{7}{3\tau_{\text{th}}}, \quad (382)$$

gdzie $\tau_{\text{th}} \equiv \frac{GM^2}{RL}$ (rów. 313).

Tor ewolucyjny na diagramie H-R jest wyznaczony przez warunki (376), (379) i (380). Przy przyjętych założeniach, komplikacje wiążą się jedynie z zależnościami (378), na której kształt wpływa prawo nieprzezroczystości, $\kappa(T, \rho)$, model atmosfery i opis transportu konwektywnego. Brak dobrej teorii konwekcji jest głównym powodem niepewności obliczeń. W przypadku modeli całkowicie konwektywnych, ta niepewność przekłada się na niepewność parametrów w całym wnętrzu.

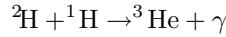
zadanie: Przy tych samych założeniach co w poprzednim zadaniu, zakładając dodatkowo $\nabla_n = 0$ w warstwie konwektywnej,

- (i) znaleźć potęgową zależność $K(g_{\text{eff}}, T_{\text{eff}})$
- (ii) wyznaczyć równanie toru ewolucyjnego na diagramie H-R i
- (iii) zależność $R(t)$.

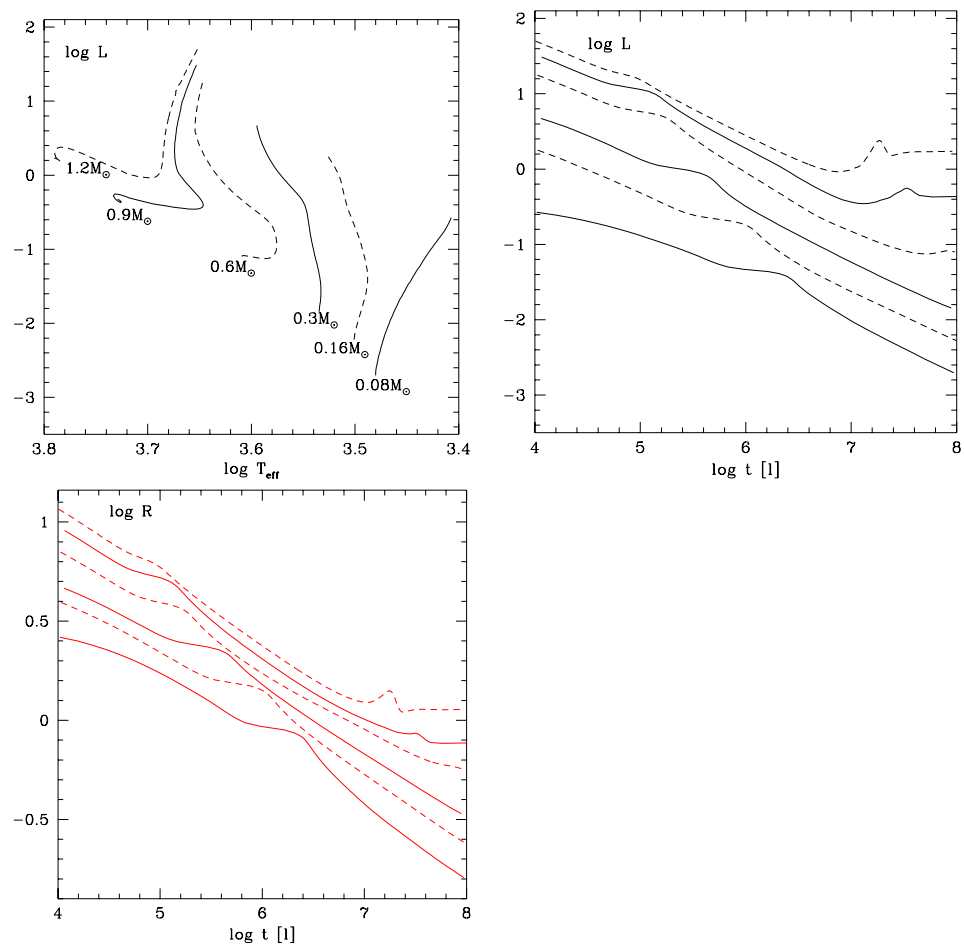
Każdy z modeli konwektywnych może być wykorzystany jako model początkowy w metodzie Henyeya.

Na rysunku 7, opartym na obliczeniach D'Antony i Mazzitelliego (1998), pokazane są tory ewolucyjne na wykresie H-R i zależność jasności od czasu dla amodeli gwiazd o różnych masach w przedziale od 0.08 do 1.2 M_{\odot} . Obliczenia zostały wykonane z użyciem zaawansowanego równania stanu i innych równań materiałowych. Zawsze uwzględniane były reakcje jądrowe ale tylko w niektórych przedziałach czasu wpływają one zauważalnie na tempo ewolucji. Użyta została zmodyfikowana wersja teorii drogi mieszania, która uwzględnia m.in. rozkład rozmiarów elementów konwektywnych.

Początkowy stromy spadek jasności jest konsekwencją silnej zależności K , a stąd i R , od T_{eff} . Faza spalania deuteru w reakcji

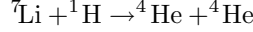


widoczona jest na prawym rysunku jako przejściowe spowolnienie spadku jasności. Temperatura w centrum gwiazdy wynosi wtedy od $T_6 \approx 0.8$ dla $M =$

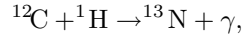


Rysunek 7: Tory ewolucyjne oraz zależności jasności i promienia od czasu dla małomasywnych gwiazd w fazie przed ciągiem głównym. Obliczenia wykonano dla podanych mas, standardowego składu Populacji I i obfitości deuteru $X_2 = 2 \times 10^{-5}$

$0.08M_{\odot}$ do $T_6 \approx 2$ dla $M = 1.2M_{\odot}$. Spalanie litu w reakcji



zachodzi przy temperaturach $T_6 \gtrsim 3$, osiąganych w modelach z $M > 0.08M_{\odot}$. Ze względu na niewielką pierwotną obfitość tego pierwiastka ($X_7 = 10^{-8}$) nie wpływa ono znacząco na tempo ewolucji. Dla gwiazd z $M \geq 0.6M_{\odot}$ widoczny jest chwilowy wzrost jasności wywołany produkcją energii w reakcji



która staje się efektywna przy wyższych temperaturach, już po zaniku konwekcji w jądrze, co następuje przy $\log t \approx 6.3$ dla $M = 0.6M_{\odot}$ i przy $\log t \approx 6.7$ dla $M = 0.9M_{\odot}$. Dla $M = 0.3M_{\odot}$ jądro promieniste pojawia się na krótko przy $\log t \approx 8$ W ciągu 100 milionów lat tylko gwiazdy o masach $M \geq 0.9M_{\odot}$ osiągają stan równowagi cieplnej, a te z masami $M \lesssim 0.08M_{\odot}$ nie osiągają go nigdy.

14.2 Faza ciągu głównego

14.2.1 Modele gwiazd wieku zero

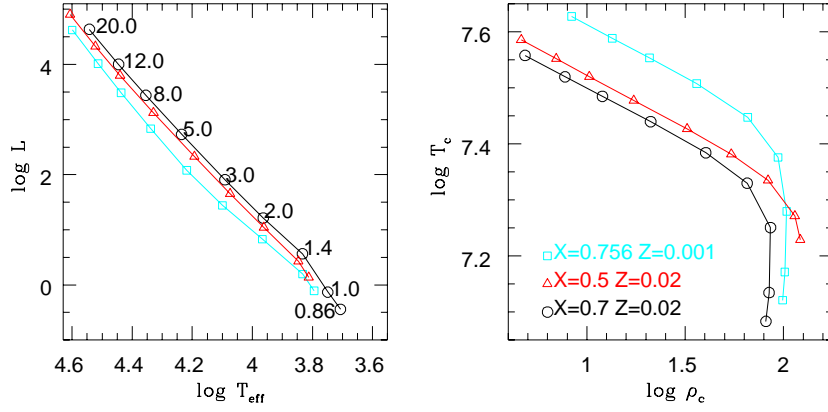
Linie na diagramie Hertzsprunga-Russella, na której leżą modele gwiazd wieku zero nazywa się krótko **ZAMS**em. Tworzą ją modele gwiazd chemicznie jednorodnych. Ściślej, jednorodność dotyczy wartości X , Y i Z . Niektóre reakcje jądrowe (n.p. D+p, Li+p, C+p) zachodzą przed osiągnięciem ZAMSu.

Minimalna masa gwiazdy ciągu głównego wynosi nieco ponad $0.08M_{\odot} = 80M_J$. Reakcja D+p staje się efektywna już przy masie obiektu wynoszącej około $0.011M_{\odot}$. Obiekty o masach w przedziale $[0.011 - 0.08]M_{\odot}$ nazywa się *brązowymi kartami*.

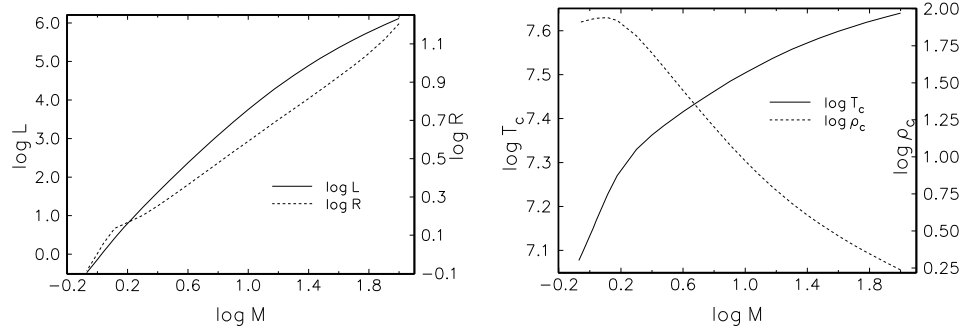
Na rysunku 8 pokazane są linie ZAMSu na teoretycznym diagramie H-R i na diagramie $\log \rho_c - \log T_c$ dla gwiazd o składzie typowym dla gwiazd Populacji I: $X = 0.7$, $Z = 0.02$, składzie umiarkowanej Populacji II: $X = 0.756$, $Z = 0.001$ i modeli z podwyższoną obfitością helu: $X = 0.5$, $Z = 0.02$. Przyjęte względne obfitości pierwiastków ciężkich są takie jakie przyjmowano dla Słońca przed niedawną (stałe kontrowersyjną) ich rewizją. Przy ustalonej masie gwiazdy wzrost Y powoduje wzrost jasności i temperatury efektywnej gwiazdy. W tę samą stronę działa obniżenie Z . Widzimy (prawa część rysunku), że podobnie wpływają zmiany Y i Z na temperaturę centralną.

Przebieg parametrów brzegowych w funkcji masy, w przedziale od 0.8 do $100M_{\odot}$, dla modeli gwiazd wieku zero populacji I pokazuje rysunek 9. Widzimy, że parametry L , R , T_{eff} , i T_c są funkcjami rosnącymi w całym przedziale mas. Natomiast ρ_c , począwszy od $M \approx 1.1M_{\odot}$, jest funkcją malejącą. W dalszym ciągu tego rozdziału zajmujemy się ewolucją gwiazd o masach $M \leq 20M_{\odot}$, dla których utratę materii w fazie ciągu głównego można zaniedbać,

Jakościowo, zależności parametrów brzegowych modeli od masy i składu chemicznego można wyjaśnić rozważając ciągi modeli samopodobnych (homo-



Rysunek 8: Parametry powierzchniowe i centralne gwiazd jednorodnych wieku zero o różnych wartościach X i Z . Masy gwiazd w M_{\odot} są podane na lewym rysunku obok kolejnych symboli na linii odpowiadającej parametrom $X = 0.7$ i $Z = 0.02$. Te same wartości M przyjęto dla wszystkich parametrów na obydwu rysunkach. Przyporządkowanie wartości M odpowiednim symbolom nie powinno sprawiać trudności.



Rysunek 9: Zależność parametrów brzegowych od masy (zakres od 0.8 do $100M_{\odot}$) dla gwiazd Populacji I wieku zero

logicznych), to jest takich dla których wartości

$$\frac{r}{R} \left(\frac{M_r}{M} \right), \frac{\rho}{\rho_c} \left(\frac{M_r}{M} \right), \frac{L_r}{L} \left(\frac{M_r}{M} \right), \frac{T}{T_c} \left(\frac{M_r}{M} \right)$$

są stałe. W modelach takich przyjmuje się równanie stanu gazu doskonałego,

$$p \propto \frac{\rho T}{\mu},$$

oraz potęgowe zależności dla współczynnika nieprzezroczystości i tempa produkcji energii,

$$\kappa = \kappa_0 \rho^q T^{-s} \quad \text{ i } \quad \epsilon = \epsilon_0 \rho T^b, \quad (383)$$

gdzie κ_0 i ϵ_0 są funkcjami \mathbf{X} . Dla modeli samopodobnych mamy

$$\rho_c \propto \frac{M}{R^3}, \quad T_c \propto \frac{\mu M}{R} \propto \mu M^{2/3} \rho_c^{1/3}. \quad (384)$$

Pierwsza proporcja jest oczywista druga jest konsekwencją twierdzenia o wiri-ale (rów. 21). Pomijając na chwilę zależność od ρ_c , widzimy że, przy naszych uproszczeniach, wyższe temperatury w centrach gwiazd masywniejszych i wzbogaconych w hel są, wynikają z warunku równowagi mechanicznej. Wyższa temperatura potrzebna jest dla zrównoważenia grawitacji. Stąd i z prawa wydzielania energii wynika stromość zależności $L(M)$. Lepszą ocenę tej zależności znajdziemy uwzględniając wyrażenie na gradient temperatury w obszarach promienistych.

Wpierw znajdziemy związek pomiędzy T_c , a ρ_c , a stąd wyrażenia na parametry brzegowe w funkcji masy w ciągu modeli homologicznych. Korzystając ze wzoru (249) na gradient promienisty i z pierwszego ze wzorów (382), dostajemy

$$\nabla_{\text{rad}} \propto \frac{L_r}{M_r} \frac{\kappa p}{T^4} \propto \frac{L_r}{M_r} \frac{\kappa_0 \rho^{q+1}}{\mu T^{s+3}}. \quad (385)$$

Gradient promienisty dla modeli homologicznych też musi być stały dla ustalonych wartości $\frac{M_r}{M}$. Mamy więc

$$\frac{L}{M} \propto \frac{\mu}{\kappa_0} \frac{T_c^{s+3}}{\rho_c^{q+1}}.$$

Z drugiej strony, z prawa wydzielania energii i drugiego ze wzorów (382) wynika,

$$\frac{L}{M} \propto \epsilon_0 \rho_c T_c^b. \quad (386)$$

Dwa powyższe wzory prowadzą do następującego związku pomiędzy parametrami w centrum

$$\rho_c \propto \left(\frac{\mu}{\zeta} \right)^{1/(q+2)} T_c^{(s-b+3)/(q+2)}, \quad (387)$$

gdzie $\zeta \equiv \kappa_0 \epsilon_0$ zależy \mathbf{X} w rozmaity sposób. Na przykład zakładając prawo Kramersa (rów. 180) mamy $\kappa_0 \propto Z(1+X)$. $s = 3.5$ i $q = 1$. Stąd dla cyklu

p-p wynika $\zeta \propto X^2 Z(1+X)$, a dla cyklu CNO $\zeta \propto X Z^2(1+X)$. Widzimy, że ζ zawsze rośnie z Z i X . Wykładnik $(s-b+3)/(q+2)$ jest dodatni dla cyklu p-p, bo $b \equiv \epsilon_T \approx 4$, a ujemny dla cyklu CNO, bo $b \approx 16$. Rozumiemy więc niemonotoniczność zależności $\rho_c(T_c)$ w okolicach masy $1.1M_\odot$.

Z drugiego ze wzorów (384) wynika $\rho_c \propto T_c^3 \mu^{-1/3} M^{-2}$. Skąd i z (387) dostajemy zależność T_c masy i składu chemicznego gwiazdy

$$T_c \propto M^{(2q+4)/d} \mu^{(3q+7)/d} \zeta^{-1/d}, \quad (388)$$

z $d \equiv b-s+3+3q \gg 1$ we wszystkich rozważanych przypadkach ($d=6.5$ Kramers&p-p i 18.5 Kramers&CNO) Wzór ten wyjaśnia wzrost T_c ze wzrostem masy średniego ciężaru molekularnego oraz z maleniem Z , a także dużo większą stromość zleżności $T_c(M)$ dla gwiazd z $M < 1.1M_\odot$, w których dominuje cykl p-p.

Z trzech ostatnich wzorów można wyprowadzić zależność masa -jasność postaci

$$L \propto M^{w_M} \mu^{w_\mu} \epsilon_0 \zeta^{w_\zeta}, \quad (389)$$

gdzie

$$\begin{aligned} w_M &= 1 + \frac{2}{d}[b(q+1) + s + 3], \\ w_\mu &= \frac{1}{q+2} \left(1 + (2q+7) \frac{b(q+1) + s + 3}{d} \right) \\ w_\zeta &= -\frac{1}{q+2} \left(1 + \frac{b(q+1) + s + 3}{d} \right). \end{aligned}$$

Wzór tłumaczy silny wzrost jasności z masą, ale tak otrzymana zależność jest bardziej stroma $w_M \approx 5$ niż w dokładnych modelach. Duże zmiany pochodnych w okolicach $M = 1.1M_\odot$ dla wszystkich parametrów brzegowych widoczne na rysunku 9 wiążą się z przejściem od gwiazd z dominacją cyklu p-p do gwiazd w których dominuje cykl CNO i pojawieniem się konwekcji w jądrach. Wobec znacznie wyższych wartości ϵ_T produkcja energii staje się bardziej skoncentrowana w pobliżu środka gwiazdy. Stąd wyższe wartości L_r/M_r i ∇_{rad} w centrum. Im większa masa gwiazdy tym większa część masy gwiazdy przypada na jądro konwektywne. To zachowania można zrozumieć analizując wyrażenie na gradient promienisty (385). Kładziemy $\rho \propto T^n$ (n jest więc lokalnym wykładnikiem politropowym) i dostajemy

$$\nabla_{\text{rad}} \propto \frac{L_r}{M_r} T^{(nq+n-3-s)}.$$

Pierwszy czynnik, średnie tempo produkcji energii wewnątrz sfery o promieniu, r szybko maleje z oddalaniem się od centrum. Na początku to ten czynnik determinuje zachowanie ∇_{rad} . Dalej jednak zmierza do stałej wartości L/M i rola drugiego czynnika staje się ważniejsza. Ten czynnik obszarze konwektywnym $n \approx 1.5$ rośnie, zarówno przy κ danym prawem Kramersa ($q = 1, s = 3.5$), czystego rozpraszania ($q = 0, s = 0$), jak i dla dokładnych wartości κ interpolowanych z tabel. Pochodna ∇_{rad} zmienia znak. Przy potęgowej zależności

$\kappa(\rho, T)$ mamy tylko jedno minimum ∇_{rad} . Nie ma więc wewnętrznych warstw konwektywnych.

W rzeczywistości s i q zmieniają się dość znacznie we wnętrzach gwiazd ciągu głównego (patrz n.p. rys. 6). W szczególności, w atmosferach gwiazd o temperaturach efektywnych niższych od ok. 9×10^3 K, mamy $s \approx -10$. Zewnętrzna warstwa konwektywna występuje aż do temperatur $T_{\text{eff}} \approx 2.5 \times 10^4$ K. Wtedy związana jest z jonizacją HeII i jest bardzo cienka. W gorących gwiazdach mamy też cienką pośrednią warstwę konwektywną związaną z maksimum nieprzezroczystości przy $T \approx 2.5 \times 10^5$ K. Głębokie otoczki konwektywne występują w tylko gwiazdach z $M \leq 1M_{\odot}$. Przy $M \approx 0.3M_{\odot}$ zewnętrzna konwekcja obejmuje już całą gwiazdę.

14.2.2 Pas ciągu głównego

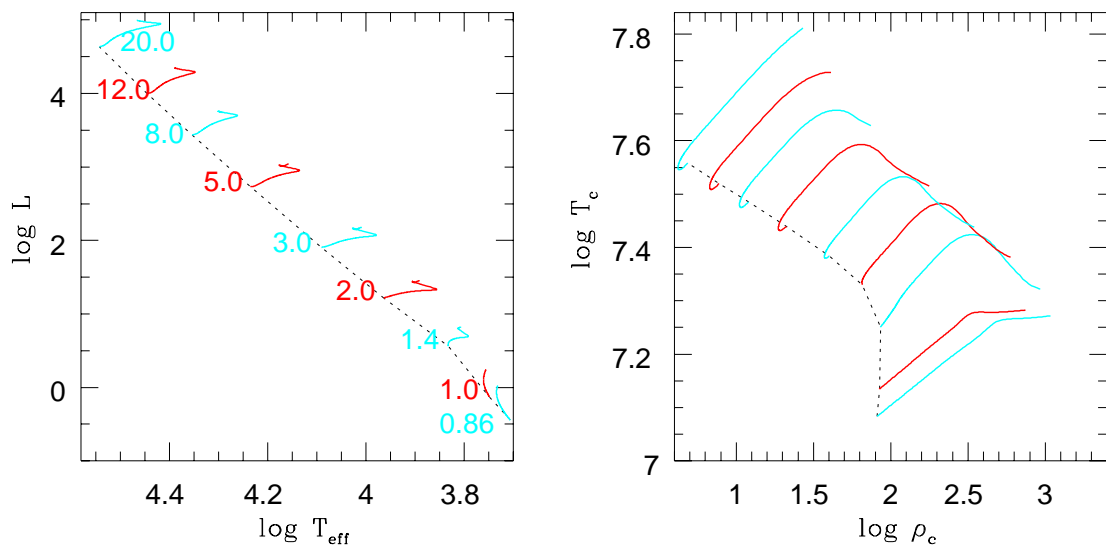
Rysunek 10 pokazuje przebiegi parametrów brzegowych dla gwiazd ciągu głównego. Koniec tej fazy definiuje koniec syntezy He w centrum gwiazdy. W przypadku gwiazd z jądrami konwektywnymi (na rysunku $M \geq 1.4M_{\odot}$) tor ewolucyjny na diagramie H-R wykonuje charakterystyczny zakręt. Dla takich gwiazd czerwoną granicę pasma ciągu głównego na diagramie H-R, linię oznaczaną jako TAMS. Dla modeli o pośrednich masach minimum T_{eff} jest stowarzyszone z maksimum T_c . W tym momencie w jądrze jest jeszcze kilka procent wodoru. Ta część "dopala się" w fazie niewielkiego wzrostu temperatury efektywnej. Prawdziwy koniec fazy ciągu głównego (pełne wypalenie wodoru w centrum) wypada blisko lokalnego maksimum temperatury efektywnej. Izotermiczne jądro bezwodorowe o skończonej masie pojawia się nagle. W gwiazdach z $M \geq 2M_{\odot}$ maleje masa jądra konwektywnego systematycznie maleje. W modelu o masie $1.4M_{\odot}$ masa jądra konwektywnego początkowo rośnie, co wynika ze wzrost udziału cyklu CNO w produkcji energii.

Dla gwiazd z niekonwektywnymi jądrami koniec fazy ciągu głównego nie jest związany z żadną wyraźną cechą na diagramie H-R. Jądro bezwodorowe stopniowo rośnie po zakończeniu tej fazy ewolucji.

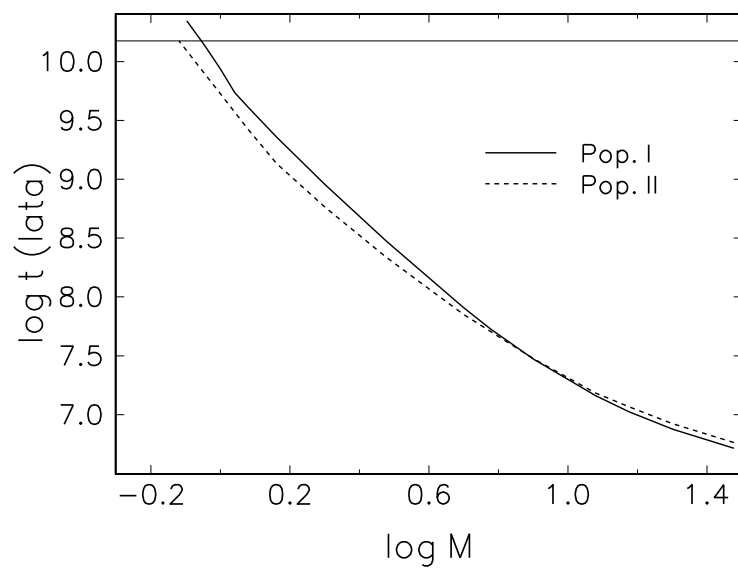
Czas życia gwiazd w pasie ciągu głównego pokazuje rysunek 11. Dla gwiazd o małych masach czas ten jest istotnie krótszy dla gwiazd populacji II. Przy $Z = 10^{-3}$ minimalna masa gwiazdy, która w ciągu 1.5×10^{10} lat mogła zakończyć tę fazę ewolucji wynosi $0.76M_{\odot}$. Przy $Z = 10^{-4}$, co odpowiada skrajnej populacji II, minimalną masą jest $0.746M_{\odot}$.

14.2.3 Konsekwencje niepewności w opisie konwekcji

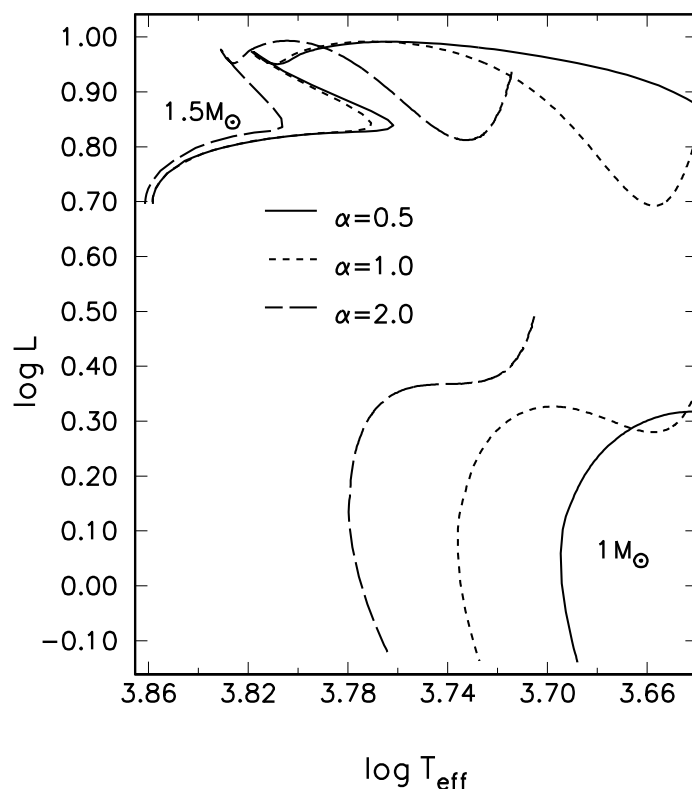
Rysunek 12 pokazuje wpływ wartości α_{con} na tory ewolucyjne. Warto podkreślić, że teoria nie dostarcza nam podstaw do faworyzowania, którejkolwiek z trzech wartości użytych na tym rysunku i nie ma też uzasadnienia dla traktowania jej jako stałej uniwersalnej. Widzimy, że dla gwiazdy o masie $1.5M_{\odot}$ dopiero wtedy, gdy w wyniku ewolucji jej temperatura staje się dostatecznie niska. Wartość α_{con} ma mały wpływ na jasność gwiazdy, a znaczny promień i temperaturę efektywną. W przypadku cienkich warstw konwektywnych łatwo



Rysunek 10: Tory ewolucyjne na diagramach H-R i $\log \rho_c - \log T_c$ dla gwiazd populacji I w fazie ciągu głównego



Rysunek 11: Zależność czasu życia gwiazdy w fazie ciągu głównego od masy gwiazdy i przynależności populacyjnej. Dla populacji I przyjęto $X = 0.7$ i $Z = 0.02$, a dla populacji II $X = 0.756$ i $Z = 0.001$. Linia pozioma (15 mld lat) odpowiada aktualnej ocenie wieku wszechświata.

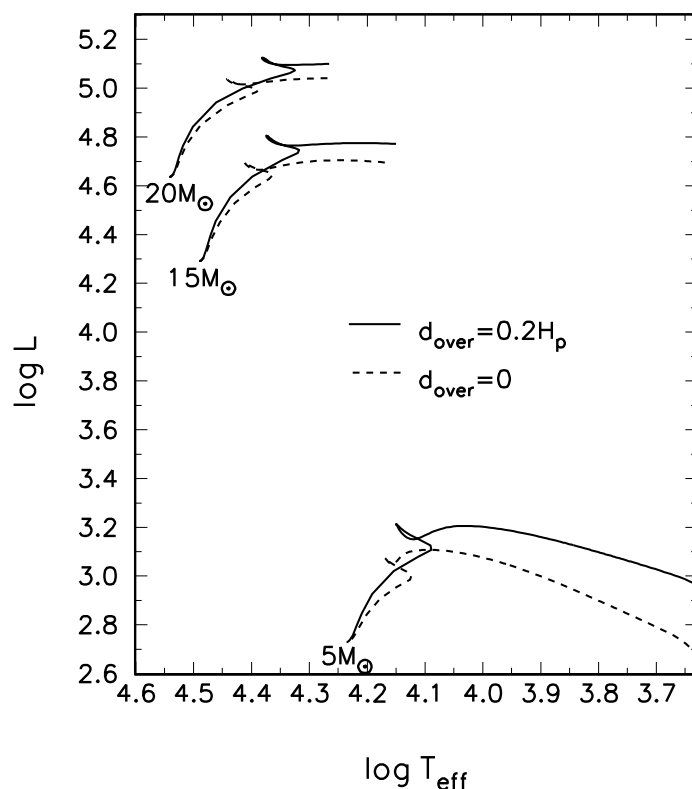


Rysunek 12: Tory ewolucyjne dla modeli gwiazd z $M = 1$ i $1.5M_{\odot}$ ($X = 0.7$, $Z = 0.02$) dla różnych wartości parametru drogi mieszania. Tory obejmują też początek fazy po ciągu głównym

wyjaśnić (proszę to zrobić samodzielnie) dlaczego większa wydajność konwekcji prowadzi do wyższej temperatury efektywnej.

14.2.4 Zasięg mieszania produktów reakcji jądrowych

Najpoważniejsza niepewność w modelowaniu gwiazd o masach większych niż ok. $1.1M_{\odot}$ wiąże się z oceną zasięgu mieszania poza granicę jądra konwektywnego. Jak było powiedziane w podrozdziale 11.1.2, ten zasięg opisuje się wyrażeniem $d_{\text{over}} = \alpha H_p(M_{\text{conv}})$. Rysunek 13 pokazuje jak wybór α_{over} wpływa na tory ewolucyjne gwiazd. Wartość 0 oznacza brak znaczącego przestrzeliwania, a wartość 0.2 jest dość często wybierana, ale trudno znaleźć dla takiego wyboru dobre uzasadnienie. Inne skutki wyboru $\alpha_{\text{ov}} = 0.2$ to wydłużony czas życia na ciągu głównym od 12% dla $M = 20M_{\odot}$ do 17% dla $M = 5M_{\odot}$ i powiększoną masę jądra na początku fazy palenia helu odpowiednio od 19% do 21%. Większa masa jądra helowego prowadzi do wyższej jasności i ma też istotne skutki dla dal-



Rysunek 13: Porównanie torów ewolucyjnych dla modeli gwiazd z $M = 5, 15$ i $20M_{\odot}$ ($X = 0.7$, $Z = 0.02$) liczonych z mieszaniem poza granicą jądra z liczonymi standardowo.

szej ewolucji gwiazdy. Wiedzę o zasięgu mieszania poza granice uzyskujemy drogą porównania modeli z obserwacjami. Informację statystyczną daje nam porównanie szerokości pasa ciągu głównego. Dla indywidualnych gwiazd, oszacowanie α_{ov} jest możliwe w przypadku gwiazd pulsujących i składników układów podwójnych. W pierwszym przypadku źródłem dodatkowych więzów na model gwiazdy jest porównanie mierzonych i wyliczanych częstotliwości. W drugim pomiar masy i promienia gwiazdy oraz warunek równowieczności składników.

Problemem jest rozróżnienie skutków przestrzeliwania z konwektywnego jądra i mieszania spowodowanego rotacją. Wpływ obydwu efektów na ewolucję gwiazdy jest podobny.

14.3 Model Słońca

Od połowy lat 60-tych konstruuje się *standardowe modele Słońca*. Pierwotnym celem było wyliczenie strumienia neutrin.

14.3.1 Model standardowy

Konstrukcja opiera się na standardowej teorii ewolucji gwiazd z uwzględnieniem efektów dyfuzji i osiadania pierwiastków. Uwzględnianie tych efektów jest innowacją, wprowadzoną w latach 90-tych, w świetle wyników sondowania sejsmicznego. Podobnie jak w oryginalnej konstrukcji, nadal zakłada się, że makroskopowe mieszanie pierwiastków zachodzi tylko w otoczce konwektywnej. Nie uwzględnia się też żadnych efektów rotacji i pola magnetycznego.

Jako dane pomiarowe przyjmuje się wartości M_\odot , R_\odot , L_\odot , t_\odot = wiekowi najstarszych meteorytów = 4.6×10^9 lat, $(Z/X)_{\text{phot}}$ i względne obfitości pierwiastków ciężkich. Nie uwzględniam tu, niedawnej dużej, ale uważanej za kontrowersyjną redukcji obfitości niektórych (zwłaszcza C, N i O) z tych pierwiastków. Dane te są aktualizowane. Aktualizowane są też dane materiałowe, $p(\rho, T, \mathbf{X})$, $\kappa(\rho, T, \mathbf{X})$ i przekroje czynne dla reakcji jądrowych.

O modelu wieku zero ($t = 0$) zakłada się, że jest chemicznie jednorodny (oprócz He^3 , C i N). Wielkości Y , Z i parametr w teorii miesznia (α_{con}) dopasowuje tak, by dla $t = t_\odot$ dostać $L = L_\odot$, $R = R_\odot$ i $Z/X = (Z/X)_{\text{phot}}$.

Przez ponad 20 lat niezgodność pomiędzy wyliczonym, a mierzonymi strumieniami neutrin, znana jako *problem słonecznych neutrin*, traktowana była jako wyzwanie dla teorii wewnętrznej budowy gwiazd. Konstruowane były rozmaite niestandardowe modele Słońca dla których wyliczany strumień był zmniejszony do obserwowanego poziomu. Najbardziej prawdopodobne wyjaśnienia polegały na poszukiwaniu zjawisk prowadzących do obniżaniu T_c i podwyższeniu X_c , tak aby zachowując strumień fotonów i obniżyć strumień neutrin o wysokich energiach, których względna produkcja rośnie z temperaturą. Takie rozwiązania problemów nazywano astrofizycznymi. Proponowane były duże zmiany w przekrojach czynnych reakcji jądrowych,

14.3.2 Model sejsmiczny

Od końca lat 80-tych, dokładne dane o częstotliwościach wielkiej ilości modów p utmożliwiają szczegółowe testowanie modeli Słońca. Wyniki doprowadziły do udoskonalenia modelu w ramach standardowej teorii ewolucji gwiazd.

U podstaw modelu sejsmicznego leży założenie równowagi hydrostatycznej i to, że model standardowy jest bliski rzeczywistości. Oznaczamy

$$\Delta p(r) \equiv p_\odot(r) - p_0(r) \quad (390)$$

i

$$\Delta \rho(r) \equiv \rho_\odot(r) - \rho_0(r), \quad (391)$$

gdzie wskaźnik 0 oznacza odpowiednie wartości w modelu, a Δ oznacza tu różnice Słońce - jego model dla danej odległości od centrum. Kwadraty tych różnic będziemy zaniedbywać. Oznaczmy jeszcze

$$\frac{\Delta \tilde{u}}{\tilde{u}} \equiv \frac{\Delta p}{p} - \frac{\Delta \rho}{\rho}. \quad (392)$$

Występująca tu wielkość \tilde{u} jest równa 2/3 energii na jednostkę masy tylko dla gazu doskonałego (czego nie zakładamy). Tu ważne jest tylko to, że z definicji $\tilde{u} \propto p/\rho$. Dla gazu doskonałego (dobre przybliżenie dla Słońca poza warstwami jonizacji) mamy $\tilde{u} \propto T/\mu$

Ze zlineryzowanego warunku równowagi hydrosatycznej można uzyskać równanie różniczkowe drugiego stopnia na $\Delta p/p$ z niejednorodnością zależną od $\Delta\tilde{u}/\tilde{u}$. Rozwiązaniem jest wyrażenie całkowite $\Delta p/p$. Skąd łatwa droga do ΔM_r i $\Delta\rho$

Związek różnic w parametrów modeli z różnicami częstotliwości kołowych znajdujemy z wyrażenia (90). Zgodnie z zasadą wariacyjną dostajemy

$$\Delta\omega = \frac{\int \delta\mathbf{x}_0^* \cdot [\Delta\mathbf{L}(\delta\mathbf{x}_0) - \omega_0^2 \Delta\rho \delta\mathbf{x}_0] d^3\mathbf{x}}{2\omega_0 I_0}.$$

W rozdziale 4.1 podane są jawne wyrażenia na $\mathbf{L}(\delta\mathbf{x})$ i I w funkcji $\delta\mathbf{x}$ i parametrów modelu. Tu, przypomnijmy tylko, że I jest momentem bezwładności modu, przy danej średniej amplitudzie δr na powierzchni. Współczynniki w operatorze $\Delta\mathbf{L}(\delta\mathbf{x})$ można wyrazić, można wyrazić poprzez $\Delta\tilde{u}$, $\Delta\Gamma_1$ oraz parametry modelu standardowego, w dość oczywisty choć zawiły sposób.

Korzystając z równania stanu możemy numerycznie znaleźć zależność

$$\Gamma_1 = \Gamma_1(p, \rho, Y),$$

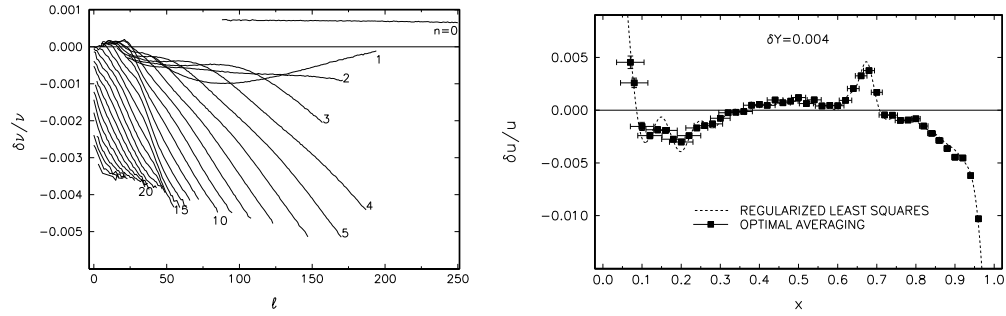
gdzie Y oznacza, jak zwykle, względną masową obfitość helu. Ponieważ Γ_1 odchyła się znacząco od 5/3 tylko w chemicznie jednorodnych warstwach częściowej jonizacji wodoru i helu, to możemy wyrazić $\Delta\Gamma_1(r)$ przez nieznaną funkcję $\Delta\tilde{u}$ i liczbę ΔY . W ten sposób zasada wariacyjna pozwala na uzyskanie jawnego liniowego związku pomiędzy tymi wielkościami i różnicami częstotliwości modów w przybliżeniu adiabatycznym. Problem w tym, że to przybliżenie nie jest dobre. Na szczęście, z pomocą przychodzi nam pewna ważna własność oscylacji akustycznych (modów p) i fakt, że dysponujemy dużą ilością z dokładnie zmierzonych częstotliwości. Zachowanie modów p we wnętrzu wolno rotującej gwiazdy zależy od częstotliwości $\nu = \omega/2\pi$ (obserwatorzy używają tej wielkości) i od stopnia kątownego ℓ . Jednak w warstwach zewnętrznych, tam gdzie efekty nieadiabatyczne są duże, ta druga zależność jest zaniedbywalna. Dlatego poprawka nieadiabatyczna do częstotliwości powinna mieć postać,

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{\text{nonad}} = \frac{F(\nu)}{I}.$$

Funkcję $F(\nu)$ trzeba wyznaczyć z danych, a I dla każdego z modów wyliczyć w modelu standardowym.

Ostateczny wzór na różnice częstotliwości Słońca i jego modelu można zapisać w postaci

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_j = \int_0^1 \mathcal{K}_{u,j} \frac{\Delta\tilde{u}}{\tilde{u}} dx + K_{Y,j} \Delta Y - \frac{F(\nu_j)}{I_j}, \quad j = 1, \dots, J \quad (393)$$



Rysunek 14: Wielkość δ na rysunkach należy rozumieć jako Δ , a u jako \tilde{u} . (lewa strona) Względne różnice częstotliwości: mierzone-modelowe (adiabaty-czne), dla modów akustycznych ($n > 0$) i fundamentalnych $n = 0$ różnych stopni. Stała względna różnica przy $n = 0$ wynika z różnicy promieni, którą uwzględ-niono w interpretacji różnic dla modów p. (prawa strona) względna poprawka do funkcji $u \propto p/\rho$ i poprawka do obfitości helu w otoczce, ΔY wyznaczona z $\Delta\nu$ dla modów p. Duże wartości w warstwach zewnętrznych wynikają z niedostatków w opisie konwekcji. Dodatnia wartość ΔY i wartości $\Delta\nu$ poniżej dna warstwy konwektywnej interpretuje się jako dowód na mieszanie pierwiastków w tym ob-szarze. Duże wartości poniżej $x = 0.1$ nie są interpretowane z powodu znacznych błędów systematycznych.

gdzie $x = r/R$, a J jest liczbą zmierzonych częstotliwości modów.

Jako dane traktujemy $\mathcal{K}_{u,j}(x)$, $K_{Y,j}$ i I_j . Do wyznaczenia mamy funkcje $\frac{\Delta\tilde{u}}{\tilde{u}}(x)$, $F(\nu)$ oraz liczbę ΔY . Ta liczba jest bardzo ważna, bo dostarcza jedyne-go wiarygodnego wyznaczenia obfitości helu w zewnętrznych warstwach Słońca. Istnieją różne metody rozwiązywania problemu zdefiniowanego układem równań całkowych (392). Dwie z nich zostały wykorzystane do wyznaczenia $\frac{\Delta\tilde{u}}{\tilde{u}}(x)$ i ΔY pokazanych w prawej części rysunku 14, na podstawie różnic częstotliwości modów z $n > 0$ pokazanych w jego lewej części.

Po znalezieniu Δu , poprawki do ρ i p wyliczamy ze wzorów (389-390). Zna-jąc ΔY możemy wyznaczyć poprawkę do temperatury w otoczce konwektywnej, ale nie w głębszych warstwach, bo tam μ nie jest stałe. Różnice pparametrów są niewielkie, a każdym razie dużo mniejsze niż dla modeli niestandardowych prowadzących do istotnej redukcji wyliczanego strumienia neutrin.

14.3.3 Rozwiązanie problemu neutrin

Heliosejsmologia dostarczyła ważnego argumentu przeciwko astrofizycznym rozwiązan-iom problemu neutrin. Niezależnego argumentu dostarczyły pomiary strumienia neutrin wykonane z nowymi detektorami, uruchomionych na przełomie lat osiemdziesiątych i dziewięćdziesiątych XX wieku. Wyniki pomiarów prowad-zonych do 1999 roku podsumowane są w tabeli 3.

Największy deficyt obserwuje się dla neutrin o pośrednich energiach. Tego nie da się wymodelować obniżając temperturę słonecznego jądra czy modfikując prawdopodobieństwa reakcji. Tak więc ten wynik eliminował nie tylko astrofizy-czne rozwiązanie problemu.

Problem słonecznych neutrin znalazł rozwiązanie w odejściu od modelu stan-

Tablica 3: Deficyt strumienia neutrin w różnych eksperymentach

Detektor	Energia progowa ν_e [MeV]	stosunek pomiar/model *
GALLEX & SAGE	0.233 MeV	0.56 ± 0.05
Homestake	0.814 MeV	0.33 ± 0.03
Kamiokande & SuperK.	~ 6 MeV	0.48 ± 0.02

dardowego w teorii oddziaływań elektro-słabych polegającym na dopuszczeniu skończonej masy spoczynkowej neutrin i zamiany ich rodzajów.

Potwierdzenie przyniosły pomiary strumienia różnych neutrin w działającym od 2000 roku Sudbury Neutrino Observatory, w którym detektorem jest podziemny zbiornik zawierający 1000 ton ciężkiej wody. Rejestruje się błyski promieniowania Czerenkowa wywołane trzema rodzajami oddziaływań neutrin.

2. Elastyczne rozpraszanie na elektronach (ES)

$$\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^-,$$

gdzie $x \equiv (e, \mu, \tau)$. Podlegają mu wszystkie rodzaje neutrin, ale ν_μ i ν_τ rzadziej niż ν_e . Detektor Kamiokande wykrywał tylko takie zjawiska.

1. Oddziaływanie przez prądy neutralne (NC)

$$\nu_x + {}^2\text{D} \rightarrow {}^1\text{H} + n + \nu_x.$$

Podlegają mu wszystkie rodzaje neutrin z równym prawdopodobieństwem.

3. Oddziaływanie przez prądy naładowane (CC)

$$\nu_e + {}^2\text{D} \rightarrow {}^1\text{H} + {}^1\text{H} + e^-$$

Podlegają mu wyłącznie ν_e .

Wyznaczony stosunek strumieni

$$\frac{\phi^{\text{CC}}}{\phi^{\text{NC}}} = 0.306 \pm 0.026(\text{stat.}) \pm 0.024(\text{syst.})$$

potwierdza ostatecznie, wyjaśnienie problemu deficytu neutrin zamianą neutrin elektronowych na inne rodzaje na drodze pomiędzy jądrem Słońca a detektorem.